Preparo 1.º ESO

Los números grandes

Manejamos números de más de nueve cifras

Aprende los órdenes de unidades de números con más de nueve cifras:

	BILLONES			MILES DE MILLONES			MILLONES			MILLARES				
										M	C	D	U	
0	0	0	0	0	0	3	1	5	3	0	6	0	0	N.° DE SEGUNDOS QUE HAY EN UN AÑO
0	0	0	0	6	5	0	0	0	0	0	0	0	0	N.° DE HABITANTES DE LA TIERRA
0	9	4	6	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	N.° DE KILÓMETROS DE UN AÑO LUZ

- Un año tiene treinta y un millones y medio de segundos.
- La Tierra tiene seis mil quinientos millones de habitantes.
- Un año luz equivale a nueve billones y medio de kilómetros.

- Mil millares hacen **UN MILLÓN** → 1 000 000
- Mil millones hacen **UN MILLARDO** → 1 000 000 000
- Mil millardos hacen **UN BILLÓN** → 1 000 000 000 000

Actividades

APLICO LO APRENDIDO

1 Escribe cómo se leen estos números:

		BILLONES			MILES DE MILLONES			MILLONES			MILLARES			
											M	C	D	U
A				1	8	5	7	4	0	0	0	0	0	0
B	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

A → ....

....

B → ....

2 Escribe en la tabla: cuatro mil setecientos millones y dos billones, seiscientos mil millones.

	○			○			○			M	C	D	U

3 Escribe cómo se leen estos números:

a) 1 482 000 000 → ....

....

b) 342 000 000 000 → ....

....

c) 5 020 500 000 000 → ....

....

d) 17 800 000 000 000 → ....

....

4 Escribe con cifras.

a) Novecientos cincuenta y dos millones → ....

b) Doce mil setecientos millones → ....

c) Trescientos cincuenta mil millones → ....

d) Quince billones ochocientos mil millones → ....

5 Completa con cifras.

a) En cien millones hay .... millares.

b) En mil millones hay .... centenas de millar.

c) En un billón hay .... de millones.

AVANZO

6 Redondea.

	A LOS MILES DE MILLONES	A LOS BILLONES
6 342 850 000 000		
15 823 072 000 000		
6 752 629 000 000		
12 568 472 000 000		

Propiedades de las potencias

Operamos con potencias

- La **potencia de un producto** de dos números es igual al producto de las potencias de los factores.

$$(a \cdot b)^4 = a^4 \cdot b^4$$

EJEMPLO:

$$\left.\begin{array}{l}(2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \\ 2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 8 \cdot 27 = 216\end{array}\right\} \quad (2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$$

- La **potencia del cociente** de dos números es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor.

$$(a : b)^4 = a^4 : b^4$$

EJEMPLO:

$$\left.\begin{array}{l}(6 : 3)^3 = 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\ 6^3 : 3^3 = (6 \cdot 6 \cdot 6) : (3 \cdot 3 \cdot 3) = 216 : 27 = 8\end{array}\right\} \quad (6 : 3)^3 = 6^3 : 3^3$$

Actividades

APLICO LO APRENDIDO

1 Calcula como se ha hecho en el ejemplo y comprueba que los resultados coinciden.

$$\boxed{(4 \cdot 5)^2 = 20^2 = 400 \rightarrow 4^2 \cdot 5^2 = 16 \cdot 25 = 400}$$

a) $(2 \cdot 5)^3 =$ .... $\rightarrow$ $2^3 \cdot 5^3 =$ ....

b) $(2 \cdot 3)^4 =$ .... $\rightarrow$ $2^4 \cdot 3^4 =$ ....

c) $(5 \cdot 3)^2 =$ .... $\rightarrow$ $5^2 \cdot 3^2 =$ ....

d) $(2 \cdot 10)^4 =$ .... $\rightarrow$ $2^4 \cdot 10^4 =$ ....

2 Calcula como en el ejemplo y comprueba que los resultados coinciden.

$$\boxed{(10 : 2)^3 = 5^3 = 125 \rightarrow 10^3 : 2^3 = 1\,000 : 8 = 125}$$

a) $(30 : 6)^2 =$ .... $\rightarrow$ $30^2 : 6^2 =$ ....

b) $(8 : 4)^4 =$ .... $\rightarrow$ $8^4 : 4^4 =$ ....

3 Completa.

a) $(4 \cdot 5)^3 = 4^{.....} \cdot 5^{.....}$

b) $6^5 : 3^5 = ...^5$

c) $12^{.....} = 3^5 \cdot .....^5$

d) $18^{.....} : 6^{.....} = ...^2$

e) $2^4 \cdot .....^{.....} = 6^4$

f) $4^4 \cdot 20^{.....} : ....^4$

4 Expresa con una única potencia, como en el caso resuelto.

$$\boxed{2^4 \cdot 5^4 = 10^4}$$

a) $10^3 : 5^3 =$ ....

b) $6^2 \cdot 2^2 =$ ....

c) $3^4 \cdot 5^4 =$ ....

d) $24^5 : 8^5 =$ ....

e) $30^3 : 10^3 =$ ....

f) $10^3 \cdot 5^3 =$ ....

g) $18^2 : 9^2 =$ ....

h) $5^5 \cdot 4^5 =$ ....

AVANZO

5 Reflexiona y calcula de la forma más sencilla.

a) $5^3 \cdot 2^3 = 10^3 =$ ....

b) $25^2 \cdot 4^2 = 100^2 =$ ....

c) $16^5 : 8^5 =$ ....

d) $32^4 : 8^4 =$ ....

6 Calcula.

a) $(5^3 \cdot 2^3) : 10^3 =$ ....

b) $(50^4 : 5^4) : 10^3 =$ ....

c) $(4^3 \cdot 5^3) : 2^3 =$ ....

d) $(24^2 : 4^2) : 3^2 =$ ....

Múltiplos y divisores

Reconocemos la relación de divisibilidad

Dos números están emparentados por la relación de divisibilidad cuando su cociente es exacto. Y entonces decimos que:

- El mayor es **múltiplo** del menor.
- El menor es **divisor** del mayor.

EJEMPLO:

$$\begin{array}{r|l} 40 & 8 \\ \cline{2-2} 0 & 5 \end{array} \rightarrow 40 = 8 \cdot 5 \rightarrow \begin{cases} 40 \text{ es múltiplo de } 8. \\ 8 \text{ es divisor de } 40. \end{cases}$$

división exacta

$$\xleftarrow{\quad\quad} 40 \xrightarrow{\quad\quad}$$
$$\boxed{8}\boxed{8}\boxed{8}\boxed{8}\boxed{8}$$

- ***a* es múltiplo de *b***

  o lo que es igual → **si la división *a* : *b* es exacta.**

- ***b* es múltiplo de *a***

Cada divisor de un número lleva otro emparejado.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 8 \\ \cline{2-2} 0 & 5 \end{array} \longleftrightarrow \begin{array}{r|l} 40 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 8 \end{array} \longrightarrow \begin{cases} 8 \text{ es divisor de } 40. \\ 5 \text{ es divisor de } 40. \end{cases}$$

Actividades

APLICO LO APRENDIDO

1 Encuentra parejas de números emparentados por la relación de divisibilidad.

8	5	18	12	55
15	9	27	6	42

2 Rodea las parejas de números que están emparentados por la relación de divisibilidad y tacha las que no lo están.

5 - 500 | 137 - 548 | 12 - 36 | 225 - 2 225 | 15 - 84

3 Escribe «verdadero» o «falso».

a) 20 está contenido exactamente 4 veces en 80 → ....

b) 20 es múltiplo de 80 → ....

c) 80 es múltiplo de 20 → ....

d) 20 es divisor de 80 → ....

e) 80 es divisor de 20 → ....

4 Explica con claridad por qué 598 es múltiplo de 13.

....

....

5 ¿Es 22 divisor de 344? Explica tu respuesta.

....

....

6 Escribe los cinco primeros múltiplos de 15.

....

7 Escribe.

a) Los divisores de 36.

....

b) Los divisores de 100.

....

c) Los divisores de 13.

....

AVANZO

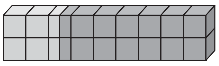
8 Encuentra todos los múltiplos de 8 comprendidos entre 250 y 300.

....

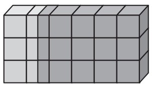
Números primos y números compuestos

Diferenciamos los números que se pueden descomponer en factores

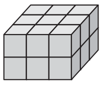
COMPOSICIONES DE 18



$\rightarrow 18 = 2 \cdot 9$



$\rightarrow 18 = 3 \cdot 6$



$\rightarrow 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$

Números compuestos

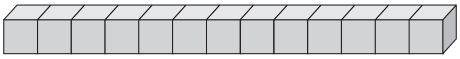
Los divisores de un número permiten expresarlo en forma de producto.

EJEMPLO:

$$18 \rightarrow \left(\begin{array}{c} \text{DIVISORES} \\ 1 - 2 - 3 - 6 - 9 - 18 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} 18 = 2 \cdot 9 \\ 18 = 3 \cdot 6 \\ 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \end{cases}$$

Los números, como 18, que se pueden descomponer en factores más sencillos se llaman **números compuestos.**

NO SE PUEDE DESCOMPONER



$13 = 13 \cdot 1$

Sin embargo, hay números que solo tienen dos divisores (el mismo número y la unidad), lo cual impide su descomposición.

EJEMPLO:

$$13 \rightarrow \left(\begin{array}{c} \text{DIVISORES} \\ 1 - 13 \end{array} \right) \rightarrow 13 = 3 \cdot 1$$

Los números, como 13, que no se pueden descomponer en factores más sencillos se llaman **números primos.**

Un número primo **solo** tiene dos divisores: él mismo y la unidad.

El número 1, como solo tiene un divisor, no se considera primo.

Actividades

APLICO LO APRENDIDO

1 Observa estos números y di cuáles son primos y cuáles compuestos:

$12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3$	$15 = 3 \cdot 5$	$20 = 4 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 5$
$7 = 1 \cdot 7$	$21 = 3 \cdot 7$	$23 = 1 \cdot 23$
$25 = 5 \cdot 5$	$30 = 6 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	$31 = 1 \cdot 31$

PRIMOS → { .... }   COMPUESTOS → { .... }

2 Completa.

a) 24 = 8 · ..... = 2 · ..... · 2 · 3

b) 40 = 4 · .... = 2 · ..... · 2 · .....

c) 72 = ... · 9 = ... · ..... · ..... · 3 · .....

d) 26 = 2 · ....

e) 50 = 2 · .... = ... · 5 · .....

f) 100 = 4 · 25 = 2 · ..... · 5 · .....

3 Rodea los números primos y expresa como producto de dos factores los compuestos.

	2	3	4 2 × 2	5	6 2 × 3	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

4 Escribe, ordenados de menor a mayor, todos los números primos menores que 30.

2				11					29

AVANZO

5 Entre estos números hay cuatro que son primos. Rodéalos.

51 53 55 57 59

60 61 65 67

6 El número 200 es compuesto. Exprésalo como:

a) Producto de dos factores → 200 = ... × ....

b) Producto de tres factores → 200 = ... × .... × ....

c) Producto de cuatro factores → 200 = ... × .... × .... × ....

Descomposición en factores primos

Expresamos en forma de producto de números primos

Un número, si no es primo, se puede descomponer en factores, y estos, a su vez, en otros factores, hasta que todos sean primos.

EJEMPLO: **Descomponer 36 en factores primos**

Para conseguirlo, te puedes apoyar en el cálculo mental.

$$36 = 4 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

Sin embargo, en la práctica, conviene actuar con método, teniendo en cuenta los criterios de divisibilidad.

- 36 es divisible entre 2 → 36 : 2 = 18
- 18 es divisible entre 2 → 36 : 2 = 9
- 9 es divisible entre 3 → 9 : 3 = 3
- 3 es divisible entre 3 → 3 : 3 = 1

⇒

COCIENTES PARCIALES | FACTORES PRIMOS

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 36 = 2^2 \cdot 3^2$$

Para descomponer un número en factores primos (factorizar) lo vamos dividiendo entre sus factores primos: primero, entre 2 tantas veces como sea posible; después, entre 3, entre 5…, y así sucesivamente, hasta obtener 1 en el cociente.

Actividades

APLICO LO APRENDIDO

1 Utiliza el cálculo mental y descompón en factores primos.

a) 8 = 2 · ..... = 2 · ..... · .....

b) 12 = ... · 3 = ... · ..... · 3

c) 20 = 4 · 5 = ... · ..... · 5

d) 27 = 3 · ..... = 3 · ..... · .....

e) 40 = 4 · ..... = ... · ..... · ..... · .....

f) 45 = 9 · ..... = ... · ..... · 5

2 Utiliza el cálculo mental y descompón en factores primos.

16 = ...

32 = ...

63 = ...

25 = ...

54 = ...

65 = ...

3 Completa para descomponer en factores primos.

$$\left.\begin{array}{r} 84 : 2 = \square \\ 42 : 2 = \square \\ 21 : 3 = \square \\ 7 : 7 = \square \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ \square & \square \\ \square & 3 \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$$

$84 = 2^2 \cdot \square \cdot \square$

4 Completa para descomponer en factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 24 & \square \\ 12 & \square \\ 6 & \square \\ 3 & \square \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ \square & \square \\ 7 & \square \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ 3 & \square \\ 1 & \end{array}$$

$24 = 2^{.....} \cdot .....$ $42 = ... \cdot ..... \cdot .....$ $72 = 2^{.....} \cdot 3^{.....}$

5 Descompón en factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 90 & \\ & \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & \\ & \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 154 & \\ & \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 260 & \\ & \\ & \end{array}$$

90 = ... 120 = ... 154 = ... 260 = ...

AVANZO

6 Descompón en factores primos.

a) 504 b) 594 c) 990

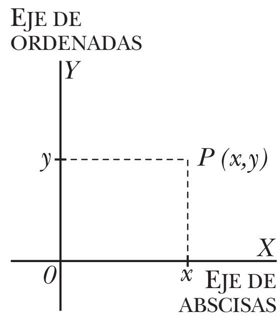
Coordenadas y números negativos

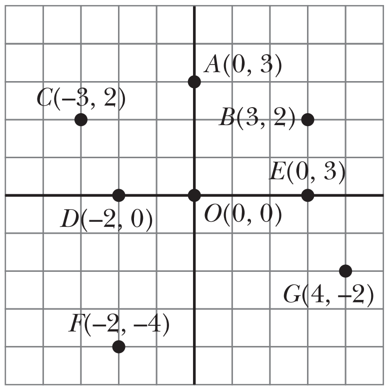
Localizamos puntos en el plano

Cada punto del plano se designa por sus dos coordenadas:

- La primera coordenada se llama «x del punto» o **abscisa.**
- La segunda coordenada se llama «y del punto» u **ordenada.**

Según la posición del punto, los valores de las coordenadas pueden ser positivos, negativos o nulos.





Al **origen de coordenadas** se les suele designar con la letra O. Sus coordenadas son $(0, 0)$. Es decir, $O(0, 0)$.

Los **puntos que están en el eje Y** tienen su abscisa igual a 0: $A(0, 3)$.

Los que están a la derecha del eje Y tienen su abscisa positiva, $B(3, 2)$, y los que están a la izquierda tienen su abscisa negativa, $C(–3, 2)$.

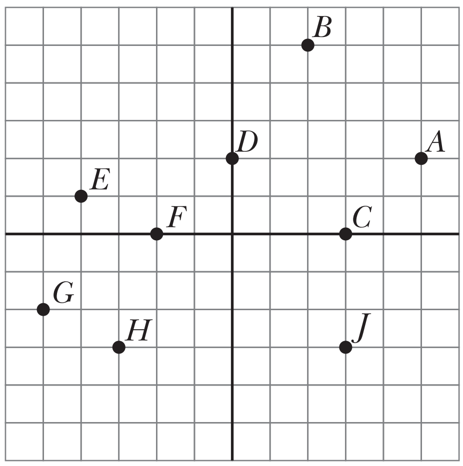
La ordenada de los **puntos que están en el eje X** es 0: $D(–2, 0)$, $E(3, 0)$.

Los que están por encima del eje X tienen su ordenada positiva, $B(3, 2)$, $C(–3, 2)$, y los que están bajo el eje X tienen su ordenada negativa: $F(–2, –4)$, $G(4, –2)$.

Actividades

APLICO LO APRENDIDO

1 Escribe las coordenadas de los puntos que se han señalado en el plano.



A (....., ...) F (....., ...)

B (....., ...) G (....., ...)

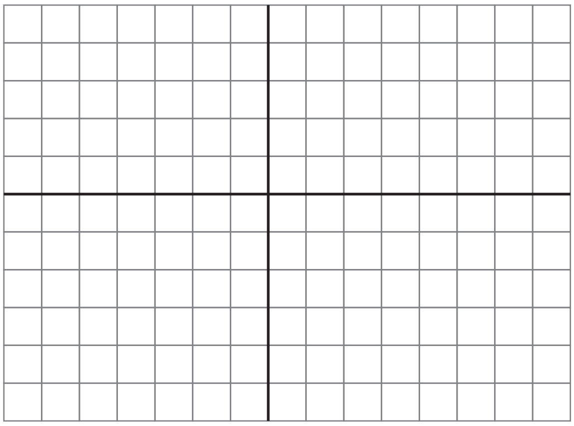
C (....., ...) H (....., ...)

D (....., ...) I (....., ...)

E (....., ...) J (....., ...)

2 Señala en el plano la posición de cada punto.

A (5, 1)	*B* (4, 0)	*C* (1, 4)
D (0, 1)	*E* (–1, 1)	*F* (–5, 4)
G (–4, 0)	*H* (–1, –3)	*I* (0, –2)
J (–2, –4)	*K* (2, –2)	*L* (4, –3)



3 Dados los puntos:

A(1, 2) *B*(5, 3) *C*(6, 0) *D*(2, –1)

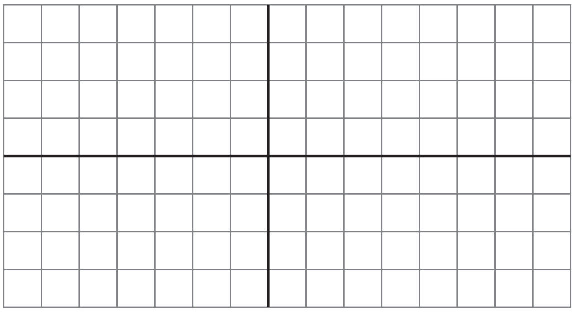
a) Dibuja en el plano del cuadrilátero *A, B, C, D.*

b) Dibuja su simétrico *A'B'C'D'* respecto al eje vertical.

c) Escribe las coordenadas de los vértices del simétrico.

A'(–1, 2) *B'*(....., ...)

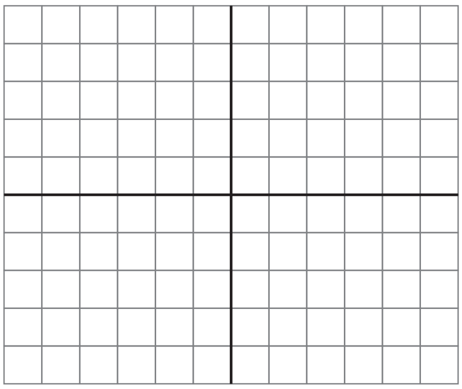
C'(....., ...) *D'*(....., ...)



AVANZO

4 Los puntos: *A*(2, 3), *B*(–3, 3), *C*(–3, –2) son tres de los cuatro vértices de un cuadrado. Dibuja el cuadrado y escribe las coordenadas del cuarto vértice.

D (....., ...)

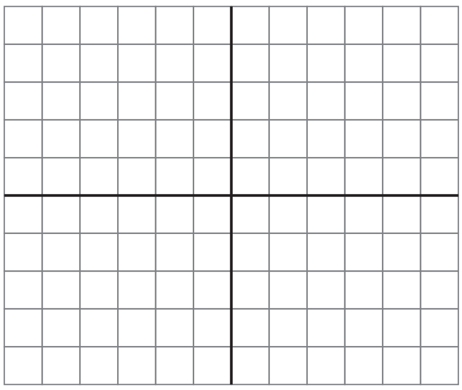


5 De un rectángulo MNPK, conocemos las coordenadas de tres vértices:

M (4, 0) *N* (–3, –2) *P* (–4, 2)

Dibuja el rectángulo y escribe las coordenadas del cuarto vértice, *K*:

K (....., ...)



Sumas y restas combinadas

Resolvemos sumas y restas de varios números

Para resolver expresiones con sumas y restas combinadas, sigue estos pasos:

1. Suma los números positivos y ponle al resultado el signo «+».
2. Suma los números negativos y ponle al resultado el signo «–».
3. Resta los dos resultados anteriores y pon el signo del que tenga mayor valor absoluto (valor sin signo).

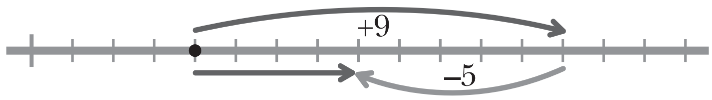
EJEMPLO

$$6 - 4 - 7 + 3 - 5 =$$
$$\Downarrow$$
$$= (6 + 3) - (4 + 7 + 5) =$$
$$\Downarrow$$
$$= +9 - 16 =$$
$$\Downarrow$$
$$= -7$$

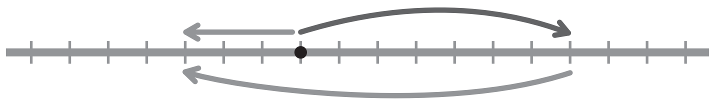
Actividades

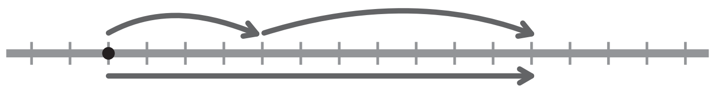
APLICO LO APRENDIDO

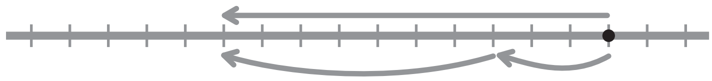
1 Observa cada gráfico y realiza la operación correspondiente.

A 

+9 – 5 = +4

B 
+7 – 10 = ...

C 
+4 + 7 = ...

D 
–3 – 6 = ...

2 Calcula teniendo en cuenta que los dos números tienen el mismo signo.

a) +6 + 2 = ...
b) –2 – 1 = ...
c) +2 + 8 = ...
d) –5 – 2 = ...
e) –3 – 3 = ...
f) +8 + 4 = ...
g) +6 + 9 = ...
h) –11 – 5 = ...
i) –10 – 8 = ...

3 Realiza, teniendo en cuenta que los dos números tienen signos diferentes.

a) $+7 - 3 =$ .... d) $-5 + 9 =$ .... g) $-10 + 2 =$ ....

b) $+2 - 5 =$ .... e) $-3 + 8 =$ .... h) $-15 + 4 =$ ....

c) $+4 - 6 =$ .... f) $-6 + 1 =$ .... i) $+6 - 11 =$ ....

4 Calcula.

a) $+6 + 2 =$ .... d) $-5 - 2 =$ .... g) $+5 + 11 =$ ....

b) $+5 + 3 =$ .... e) $-3 + 8 =$ .... h) $-10 + 4 =$ ....

c) $+2 + 8 =$ .... f) $-9 + 4 =$ .... i) $-4 - 7 =$ ....

5 Calcula como en el ejemplo resuelto.

$$\boxed{+2 - 5 + 6 = +2 + 6 - 5 = +8 - 5 = +3}$$

a) $+4 - 5 + 3 = +4 + 3 - 5 =$ ....

b) $-6 + 3 + 8 = +3 + 8 - 6 =$ ....

c) $-5 + 3 - 2 = +3 - 2 - 5 =$ ....

d) $+6 - 4 - 7 =$ ....

6 Calcula.

a) $+6 + 3 + 4 + 1 =$ .... c) $+6 + 5 - 1 - 4 =$ ....

b) $-2 - 5 - 1 - 3 =$ .... d) $-3 - 5 + 7 + 2 =$ ....

AVANZO

7 Calcula como en el ejemplo.

$$\boxed{-2 + 6 + 1 - 7 - 5 + 4 = (6 + 1 + 4) - (2 + 7 + 5) = 11 - 14 = -3}$$

a) $+8 - 3 - 4 + 1 - 2 =$ ....

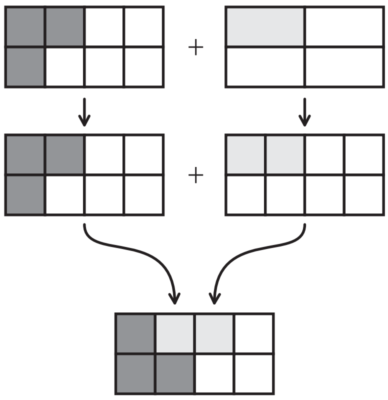
b) $-5 - 3 + 6 - 1 + 7 =$ ....

c) $-9 + 5 - 8 + 2 + 7 =$ ....

Suma y resta de fracciones

Sumamos y restamos fracciones de distinto denominador

Para sumar o restar fracciones, las reduciremos, primero, a común denominador, y tomaremos como denominador común el mínimo común múltiplo de los denominadores.



$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

EJEMPLO:

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \begin{cases} \text{mín.c.m. } (8, 4) = 8 \\ \text{Tomaremos 8 como denominador común.} \end{cases}$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

Actividades

APLICO LO APRENDIDO

1 Calcula reduciendo, primero, a común denominador.

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} + \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \underline{\qquad} + \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} - \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \underline{\qquad} - \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$

c) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{\qquad}{6 \times 2} + \frac{\qquad}{4 \times 3} = \underline{\qquad} + \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$

d) $\frac{5}{8} - \frac{1}{6} =$

e) $\frac{3}{10} - \frac{3}{20} =$

f) $\frac{5}{12} + \frac{5}{18} =$

2 Opera y simplifica los resultados, igual que en el caso resuelto.

$$\frac{3}{10} + \frac{8}{15} = \frac{3 \times 3}{10 \times 3} + \frac{8 \times 2}{15 \times 2} = \frac{9}{30} + \frac{16}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

a) $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{}{10 \times 3} + \frac{}{15 \times 2} =$

b) $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} =$

c) $\frac{5}{8} - \frac{1}{24} =$

AVANZO

3 Calcula.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$

c) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} + \frac{4}{9} =$

d) $\frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{3}{5} =$

4 Calcula como en el ejemplo.

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{3}{12} + \frac{4}{12}\right) - \left(\frac{10}{12} - \frac{9}{12}\right) = \frac{7}{12} - \frac{1}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

a) $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{7}{10} - \frac{1}{2}\right) =$

b) $\left(1 - \frac{7}{10}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right) =$

a) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{10}\right) =$

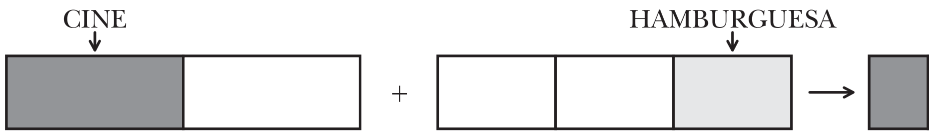
b) $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) =$

Algunos problemas con fracciones

Resolvemos dos problemas diferentes

PROBLEMA 1 - SUMA DE FRACCIONES

Manuel gasta la mitad de su dinero en el cine y la tercera parte en una hamburguesa. ¿Qué fracción del dinero que tenía ha gastado? ¿Qué fracción le queda?

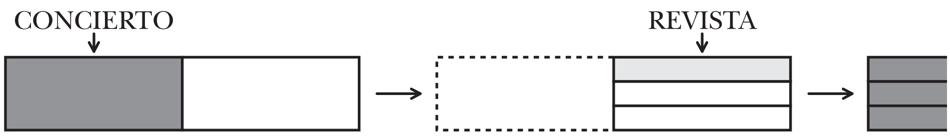


GASTA $\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \rightarrow$ LE QUEDA $\rightarrow \frac{1}{6}$

Solución: Manuel ha gastado $\frac{5}{6}$ de su dinero. Le queda $\frac{1}{6}$.

PROBLEMA 2 - FRACCIÓN DE OTRA FRACCIÓN

Marta gasta la mitad de su dinero en un concierto y la tercera parte «de lo que le quedaba» en una revista. ¿Qué fracción del dinero que tenía ha gastado? ¿Qué fracción le queda?



CONCIERTO: Gasta $\rightarrow \frac{1}{2}$. Queda $\rightarrow \frac{1}{2}$.

REVISTA: Gasta $\rightarrow \frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$. Quedan $\rightarrow \frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6}$.

Solución: Ha gastado $\frac{4}{6}$ de su dinero y le quedan $\frac{2}{6}$.

Actividades

HAGO PROBLEMAS

1 La familia Pérez consume la tercera parte de una tarta en la comida y la cuarta parte en la cena.

a) ¿Qué fracción de tarta ha consumido?

b) ¿Qué fracción de tarta queda?

2 La familia González consume la tercera parte de un bizcocho en el desayuno y la cuarta parte de lo que le quedaba en la merienda.

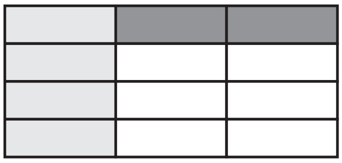
Completa.

a) En el desayuno consume $\frac{1}{3}$.

Y le quedan $\square$.

b) En la merienda consume

$\frac{1}{4}$ de $\square$ $= \frac{1}{4} \cdot \square = \square = \square$



Y le quedan

$\frac{3}{4}$ de $\square$ $= \frac{3}{4} \cdot \square = \square = \square$

3 Rosa recibe 10 euros de paga y gasta la mitad en el cine y la quinta parte en un pastel.

a) ¿Qué fracción del dinero ha gastado? ....

....

b) ¿Qué fracción le queda? ....

....

c) ¿Cuánto le queda? ....

....

4 De un bidón de aceite que estaba lleno, se gastó ayer la tercera parte y hoy la mitad de lo que quedaba.

a) ¿Qué fracción del bidón se ha gastado? ....

b) ¿Qué fracción le queda? ....

c) Si aún quedan dos litros, ¿cuál es la capacidad del bidón? ....

Cálculo rápido de porcentajes

Calculamos algunos porcentajes especiales

Con un poco de ingenio, y basándote en la simplificación de fracciones, el cálculo de algunos porcentajes te resultará muy sencillo. Veamos algunos ejemplos.

- **EL 50%**

$$50\% \text{ de } 80 = \frac{50}{100} \text{ de } 80 = \frac{1}{2} \text{ de } 80 = 80 : 2 = 40$$

El 50% es la mitad. Para hallar el 50%, se divide entre 2.

- **EL 25%**

$$25\% \text{ de } 60 = \frac{25}{100} \text{ de } 60 = \frac{1}{4} \text{ de } 60 = 60 : 4 = 15$$

El 25% es la cuarta parte. Para hallar el 25%, se divide entre 4.

- **EL 20%**

$$20\% \text{ de } 40 = \frac{20}{100} \text{ de } 40 = \frac{1}{5} \text{ de } 40 = 40 : 5 = 8$$

El 20% es la quinta parte. Para calcular el 20%, se divide entre 5.

- **EL 10%**

$$10\% \text{ de } 70 = \frac{10}{100} \text{ de } 70 = \frac{1}{10} \text{ de } 70 = 70 : 10 = 7$$

El 10% es la décima parte. Para calcular el 10%, se divide entre 10.

Actividades

APLICO LO APRENDIDO

1 Calcula mentalmente.

a) 50% de 40 = ...
b) 50% de 60 = ...
c) 50% de 80 = ...
d) 50% de 48 = ...
e) 50% de 26 = ...
f) 50% de 84 = ...
g) 50% de 400 = ...
h) 50% de 250 = ...
i) 50% de 640 = ...

2 Calcula mentalmente.

a) 25% de 40 = ...
b) 25% de 80 = ...
c) 25% de 60 = ...
d) 25% de 36 = ...
e) 25% de 28 = ...
f) 25% de 84 = ...
g) 25% de 600 = ...
h) 25% de 240 = ...
i) 25% de 832 = ...

3 Calcula.

a) 10% de 70 = ...
b) 10% de 30 = ...
c) 10% de 150 = ...
d) 10% de 320 = ...
e) 10% de 85 = ...
f) 10% de 36 = ...

4 Calcula teniendo en cuenta que el 20% es la quinta parte.

a) 20% de 40 = ...
b) 20% de 35 = ...
c) 20% de 15 = ...
d) 20% de 55 = ...
e) 20% de 12 = ...
f) 20% de 250 = ...

AVANZO

5 Calcula teniendo en cuenta que el 20% es el doble del 10%.

a) 10% de 80 = ...
b) 20% de 80 = ...
c) 10% de 90 = ...
d) 20% de 90 = ...
e) 10% de 12 = ...
f) 20% de 12 = ...

6 Calcula teniendo en cuenta que el 5% es la mitad del 10%.

a) 10% de 40 = ...
b) 5% de 40 = ...
c) 10% de 180 = ...
d) 5% de 180 = ...
e) 10% de 24 = ...
f) 5% de 24 = ...

HAGO PROBLEMAS

7 El 50% de los pasajeros de un avión son europeos; el 25%, americanos, y el resto, asiáticos. ¿Qué porcentaje de los viajeros son asiáticos?

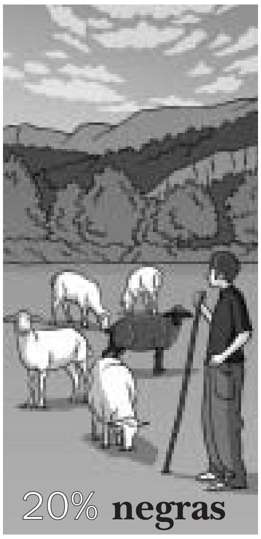
....

8 En mi clase, entre chicos y chicas, somos 24. El 25% nos quedamos a comer. ¿Cuántos alumnos y alumnas se quedan a comer?

....

Un porcentaje expresa una proporción

Resolvemos nuevos problemas de porcentajes



Tratemos, ahora, los porcentajes desde el punto de vista de la proporcionalidad.

EJEMPLO:

Si partimos de la información: el 20% de las ovejas de un rebaño son negras podemos construir la tabla siguiente:

N.º DE OVEJAS (TOTAL)	OVEJAS NEGRAS (PARTE)
100	20
200	40
300	60
400	…
…	…

Observa que se trata de una tabla de proporcionalidad directa, con la que podemos construir parejas de fracciones equivalentes.

$$\frac{100}{200} = \frac{20}{40} \quad\Rightarrow\quad 100 \cdot 40 = 200 \cdot 20$$

$$\frac{100}{300} = \frac{20}{60} \quad\Rightarrow\quad 100 \cdot 60 = 300 \cdot 20$$

Para un determinado tanto por ciento, tomado sobre diferentes cantidades, **cada cantidad es directamente propocional a su porcentaje correspondiente.**

Esto nos permite usar la regla de tres directa, que ya conocemos, para resolver nuevos problemas.

Actividades

APLICO LO APRENDIDO

1 En un rebaño de 400 ovejas, el 20% son negras. ¿Cuántas ovejas negras hay en el rebaño?

TOTAL		PARTE
100	⟶	20
400	⟶	x

$$\frac{100}{400} = \frac{20}{x} \rightarrow x = \frac{\boxed{} \cdot \boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

20% de 400 = ?

Solución: En el rebaño hay .... ovejas negras.

2 En un rebaño hay 80 ovejas negras, lo que supone un 20% del total. ¿Cuál es el total de ovejas del rebaño?

TOTAL		PARTE
100	⟶	20
x	⟶	80

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \rightarrow x = \frac{\boxed{} \cdot \boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

20% de ? = 80

Solución: El rebaño tiene un total de .... ovejas.

3 En un rebaño de 400 ovejas hay 80 de lana negra. ¿Cuál es el tanto por ciento de ovejas negras en el rebaño?

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{TOTAL}} & & \underline{\text{PARTE}} \\ 400 & \longrightarrow & 80 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array} \Bigg\} \quad \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \rightarrow x = \frac{\qquad}{\qquad} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Solución: En 100 ovejas hay .... negras.

Es decir, el .... % de las ovejas son negras.

4 El 20% de los 240 coches que han salido hoy de una fábrica son rojos. ¿Cuántos coches rojos han salido hoy de la fábrica?

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{TOTAL COCHES}} & & \underline{\text{COCHES ROJOS}} \\ 100 & \longrightarrow & 20 \\ 240 & \longrightarrow & x \end{array} \Bigg\}$$

....

5 Una fábrica ha producido hoy 48 coches rojos, lo que supone el 20% del total de su producción. ¿Cuántos coches ha fabricado hoy en total?

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{TOTAL COCHES}} & & \underline{\text{COCHES ROJOS}} \\ 100 & \longrightarrow & 20 \\ x & \longrightarrow & 48 \end{array} \Bigg\}$$

....

6 Una fábrica ha producido hoy 240 coches de los que 48 son rojos. ¿Qué porcentaje de los coches fabricados son rojos?

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{TOTAL COCHES}} & & \underline{\text{COCHES ROJOS}} \\ 240 & \longrightarrow & 48 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array} \Bigg\}$$

....

AVANZO

7 Hoy han faltado tres compañeros, de los 25 que somos en clase. ¿Qué porcentaje han faltado hoy?

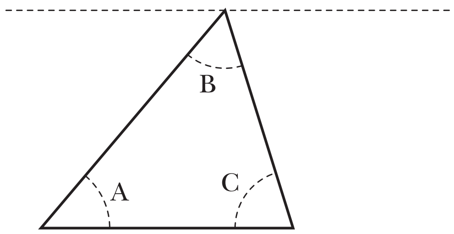
....

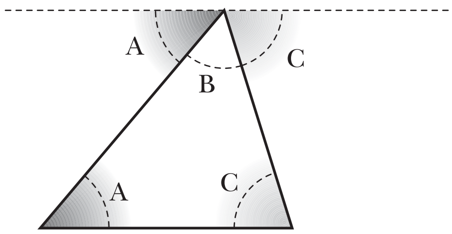
Los ángulos en los polígonos

Calculamos la suma de los ángulos de un triángulo y de un cuadrilátero

SUMA DE LOS ÁNGULOS DE UN TRIÁNGULO

Para hallar la suma de los ángulos de un triángulo cualquiera, trazamos por uno de sus vértices una paralela al lado opuesto.





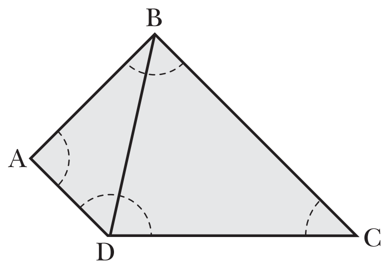
Los ángulos sombreados son iguales y también son iguales los punteados.

Entonces, vemos que $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$ es un ángulo llano y su amplitud es de 180º.

La suma de los tres ángulos de cualquier triángulo vale 180º.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$

SUMA DE LOS ÁNGULOS DE UN CUADRILÁTERO



Mediante una diagonal, el cuadrilátero se parte en dos triángulos.

La suma de los ángulos de cada triángulo es 180°.

Los ángulos de los dos triángulos suman $180 \times 2 = 360°$.

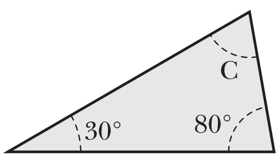
La suma de los tres ángulos de cualquier triángulo es 360º.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360°$$

Actividades

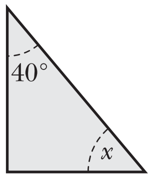
APLICO LO APRENDIDO

1 Dos de los ángulos de un triángulo miden $\hat{A} = 30°$ y $\hat{B} = 80°$.
¿Cuál es la medida del tercer ángulo?



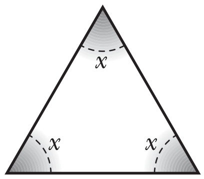
....

2 En un triángulo rectángulo, uno de los agudos mide 40°. ¿Cuánto mide el otro?



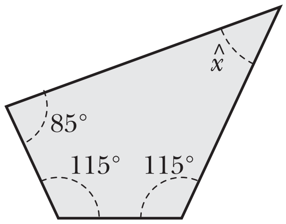
....

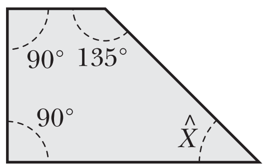
3 ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de un triángulo equilátero?



....

4 Calcula la medida del ángulo $\hat{x}$ y del ángulo $\hat{y}$.



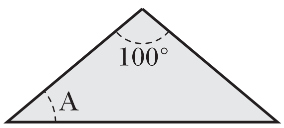


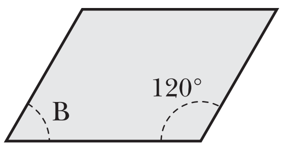
$\hat{X}$ = ...

$\hat{Y}$ = ...

AVANZO

5 Calcula la amplitud de los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$.

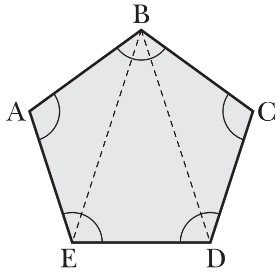




$\hat{A}$ = ...

$\hat{B}$ = ...

6 Teniendo en cuenta que dos diagonales del pentágono la dividen en tres triángulos. ¿Cuál es la suma de los ángulos del pentágono?



$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E}$ = ...